

L'école nationale supérieure d'informatique
Décembre 2016

Apprentissage par renforcement

Séminaire doctoral d'apprentissage machine

Réalisé par :

Nawfel BENGHERBIA
1ère année doctorat au CERIST

Pour :

Mme Leila HAMDAD

Table des matières

1.Introduction.....	2
1.1.Exemples d'applications.....	2
1.2.Challenges.....	2
2.Modélisation de l'environnement.....	4
3.Politique et valeur d'une politique.....	5
3.1.Valeur d'un couple état-action pour une politique donnée.....	5
3.2.Équations de Bellman.....	6
4.Problème de planification.....	7
4.1.Prédiction.....	7
Algorithme d'estimation de la fonction q_{π}	7
4.2.Contrôle.....	8
Algorithme d'itération de politiques (estimation de q^*).....	8
Itération de politiques généralisée.....	8
5.Apprentissage par renforcement.....	10
L'algorithme SARSA.....	10
6.Apprentissage par renforcement et approximation de fonctions.....	12
L'algorithme SARSA avec fonction d'approximation dérivable.....	13
7.SATSA(λ) avec traces d'éligibilité.....	15
8.Application sur R.....	16
9.Application Javascript.....	16
9.1.Modélisation.....	16
9.2.Résultat.....	18
10.Logiciels d'apprentissage par renforcement.....	18
11.Conclusion.....	19
12.Références.....	20

1. Introduction

L'apprentissage par renforcement est un sous domaine de l'apprentissage machine où un agent interagit avec son environnement et apprend à choisir les actions qui maximisent ses gains.

L'apprentissage par renforcement est différent de l'apprentissage supervisé du fait que l'agent n'obtient pas, en interagissant avec l'environnement, des exemples (état, action à suivre). Il obtient plutôt, suite au choix d'une action, un gain sans savoir si le gain aurait pu être meilleur ou pire avait-il choisi une autre action.

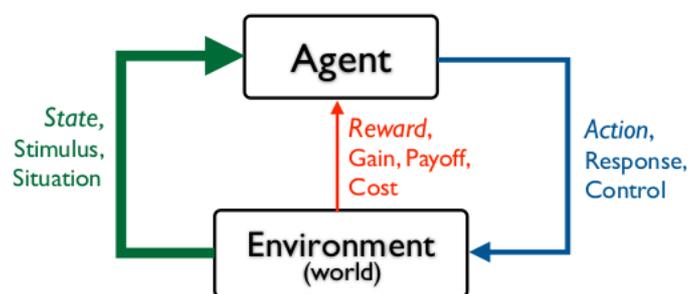


Illustration 1: La relation entre l'agent et son environnement (Copiée sans autorisation de [3])

1.1. Exemples d'applications

- Robots qui apprennent tous seuls à se mobiliser pour atteindre un but : <https://youtu.be/ggqnxjjaKe4?t=292>
- Programmes qui jouent au jeux Atari avec une performance compétitive aux êtres humains : <https://youtu.be/ggqnxjjaKe4?t=784>
- AlphaGo: un programme qui joue au jeu de go, et qui a battu le champion du monde <https://research.googleblog.com/2016/01/alphago-mastering-ancient-game-of-go.html>

1.2. Challenges

Parmi les challenges d'apprentissage par renforcement, on cite :

- Chercher une balance entre l'exploitation et l'exploration : Le besoin de choisir des actions avec de bonnes récompenses et le besoin d'exploration pour découvrir s'il y a d'autres actions de meilleures récompenses.
- Le fait que les actions peuvent avoir des conséquences non immédiates (par exemple : une très grande récompense suite à une chaine d'actions avec récompenses petites relativement à leurs alternatifs).

- Dans les problèmes du monde réel, le nombre des états possibles de l'environnement peut être prohibitivement grand pour être encodés sur ordinateur. Ceci impose l'utilisation des fonctions d'approximation comme les réseaux de neurones artificiels et les arbres de décisions.

2. Modélisation de l'environnement

On s'intéresse à un agent qui interagit avec son environnement. L'agent observe l'état de l'environnement et choisi l'action à faire. L'environnement récompense l'agent ou le punit avec un signal (gain). L'agent choisi ses actions de façon à maximiser ses gains à long terme.

On suppose que l'interaction entre l'agent et l'environnement peut être décrite par un processus de décision Markovien (MDP : Markov Decision Process). Un tel processus est décrit par :

- Un ensemble fini d'états $s \in S$;
- Un ensemble fini d'actions $a \in A$;
- Un ensemble fini de valeurs de gain $r \in R$;
- La dynamique du système est Markovienne: La probabilité d'obtenir un gain r et arriver à l'état s' au moment $t+1$ dépend seulement de l'état et l'action entreprise au moment t :
$$\begin{aligned} & \text{Proba}(R_{t+1}=r, S_{t+1}=s' \mid S_0=s_0, A_0=a_0, S_1=s_1, A_1=a_1, \dots, S_t=s, A_t=a) \\ & = \text{Proba}(R_{t+1}=r, S_{t+1}=s' \mid S_t=s, A_t=a) = P(r, s' \mid s, a) \end{aligned}$$
- Si les probabilités $P(r, s' \mid s, a)$ sont connues, on les stocke dans un tableau P.

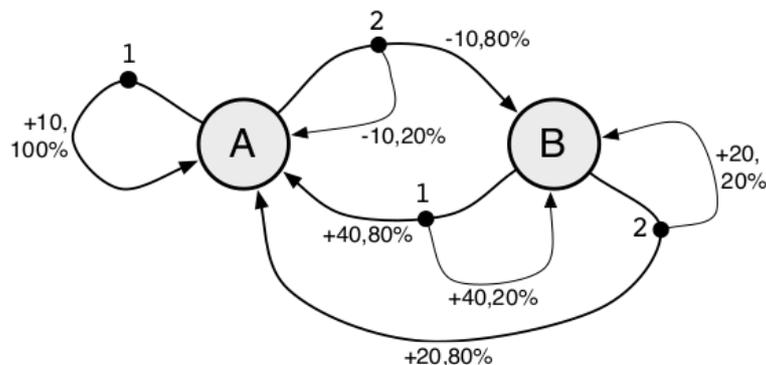


Illustration 2: Exemple d'un MDP. On a deux états : A et B, et deux actions : 1 et 2. Le diagramme se lit comme suit : Si l'agent est dans l'état A et qu'il fait l'action 1, il obtient un gain égal à +10 et reste dans l'état A. S'il fait l'action 2, il obtient un gain égal à -10 et passe à l'état B avec probabilité 80 % ou reste dans l'état A avec probabilité de 20 %... Et ainsi de suite.

(Copiée sans autorisation de [3])

3. Politique et valeur d'une politique

Une politique π définit le comportement de l'agent. On définit la fonction $q_\pi(s, a)$ comme étant la probabilité que l'agent choisit l'action a lorsqu'il est dans l'état s , sous la politique π :

$$\pi: S, A \rightarrow [0, 1] \text{ avec } \forall s \in S, \sum_{a \in A} \pi(s, a) = 1$$

Si la politique π associe à l'état s l'action a avec probabilité 1, on se permet d'écrire :

$$\pi(s) = a$$

Si à tout état la politique associe une seule action, on dit qu'elle est déterministe.

3.1. Valeur d'un couple état-action pour une politique donnée

On définit la fonction valeur d'état-action: $q_\pi(s, a)$, comme étant le gain à long terme que l'agent espère recevoir en étant à l'état s , en faisant l'action a et en suivant par la suite la politique π .

Si on est à l'instant t , on définit le gain à long terme par la somme :

$$R_{t+1} + \gamma R_{t+2} + \gamma^2 R_{t+3} + \gamma^3 R_{t+4} + \dots$$

où R_{t+1} est le gain que l'agent obtiendra en faisant l'action A_t et γ ($0 \leq \gamma < 1$) s'appelle le facteur de décompte. Plus ceci est proche de 0, plus on valorise les gains immédiats par rapport aux gains futurs.

la fonction valeur d'état-action $q_\pi(s, a)$ est définie par :

$$q_\pi(s, a) = E[R_{t+1} + \gamma R_{t+2} + \gamma^2 R_{t+3} + \dots \mid S_t = s, A_t = a, A_{t+1:\infty} \sim \pi]$$

On dit que la politique π' est meilleure que la politique π ssi :

$$q_{\pi'}(s, a) \geq q_\pi(s, a) \quad \forall s \in S, a \in A$$

Pour tout MDP, il existe au moins une politique optimale déterministe.

Une politique π^* est optimale si elle maximise la fonction valeur d'état-action. c'est-à-dire :

$$q_{\pi^*}(s, a) = \max_{\pi} q_{\pi}(s, a) = q^*(s, a)$$

Étant donné que le nombre de politiques est exponentiel en nombre d'états, il peut sembler inenvisageable de trouver cette q^* . Heureusement pour nous, le théorème d'amélioration de politiques, qu'on verra plus tard, nous donne exactement ça.

Étant donné q^* , il est facile de se comporter de façon optimale. Il suffit de choisir à tout moment l'action du gain maximal en choisissant à chaque état l'action de valeur maximale :

$$\pi(s) = \underset{a}{\operatorname{argmax}} q_*(s, a)$$

Il existe donc toujours au moins une politique optimale déterministe.

3.2. Équations de Bellman

D'après l'équation d'expectation de Bellman, la fonction valeur d'état-action $q_\pi(s, a)$ d'une politique π peut s'écrire comme :

$$q_\pi(s, a) = E[\mathbf{R}_{t+1} + \gamma q_\pi(\mathbf{S}_{t+1}, \mathbf{A}_{t+1}) \mid S_t = s, A_t = a, A_{t+1} \sim \pi]$$

Quant à la fonction valeur optimale q_* , l'équation d'optimalité de Bellman nous donne :

$$q_*(s, a) = E[\mathbf{R}_{t+1} + \gamma \underset{a'}{\operatorname{argmax}} q_*(\mathbf{S}_{t+1}, a') \mid S_t = s, A_t = a]$$

4. Problème de planification

Le problème de planification est un cas particulier de l'apprentissage par renforcement où on connaît le modèle de l'environnement, c'est-à-dire : la probabilité d'arriver à un état s' et recevoir un gain r de n'importe quel couple état-action (s, a) :

$$\text{Pour tout } s \in S, a \in A, s' \in S, r \in R, \text{ on connaît } P(s', r \mid s, a)$$

On étudie deux problèmes :

- **Prédiction** : Déterminer la fonction valeur d'état-action pour une politique donnée ;
- **Contrôle** : Rechercher la politique optimale d'un MDP.

4.1. Prédiction

Une façon de calculer (ou estimer) la fonction q_π est de l'écrire en fonction de lui-même et puis utiliser la programmation dynamique. On prend l'équation d'expectation de Bellman, et on évalue l'espérance mathématique en utilisant le modèle de l'environnement :

$$\begin{aligned} q_\pi(s, a) &= E[\mathbf{R}_{t+1} + \gamma q_\pi(\mathbf{S}_{t+1}, \mathbf{A}_{t+1}) \mid S_t = s, A_t = a, A_{t+1} \sim \pi] \\ q_\pi(s, a) &= \sum_{s' \in S, r \in R} P(s', r \mid s, a) (r + \gamma E[q_\pi(s', \mathbf{A}_{t+1}) \mid S_t = s, A_t = a, A_{t+1} \sim \pi]) \\ q_\pi(s, a) &= \sum_{s' \in S, r \in R} P(s', r \mid s, a) (r + \gamma \sum_{a' \in A} \pi(s', a') q_\pi(s', a')) \end{aligned}$$

On crée un tableau $Q(s, a)$ qui va représenter la fonction $q_\pi(s, a)$, et on l'initialise aléatoirement. Ensuite on met à jour les entrées du tableau en utilisant la relation récursive. On répète ce processus itérativement. À la limite, un théorème nous dit que $Q(s, a)$ convergera vers $q_\pi(s, a)$.

Algorithme d'estimation de la fonction q_π

- Entrées : (S, A, P, π)
- Sortie : Un tableau $Q(s, a)$
 - Initialiser le tableau : $Q(s, a) \leftarrow 0$ pour tout s, a ;
 - Répéter :
 - $\Delta \leftarrow 0$
 - Pour chaque couple état-action (s, a) , fait :
 - $q \leftarrow Q(s, a)$;
 - Mise à jour :

$$Q(s, a) \leftarrow \sum_{s' \in S, r \in R} P(s', r \mid s, a) (r + \gamma \sum_{a' \in A} \pi(s', a') Q(s', a'))$$
 - $\Delta \leftarrow \max(\Delta, |q - Q(s, a)|)$;
 - Fin pour.
 - Jusqu'à $(\Delta < \text{un seuil})$.

- Retourner le tableau $Q(s,a) \approx q_\pi(s,a)$.

4.2. Contrôle

Le théorème d'amélioration de politiques nous dit qu'étant donné une politique π avec fonction valeur d'état-action $q_\pi(s,a)$, on peut créer une meilleure politique π' ($q_{\pi'}(s,a) \geq q_\pi(s,a)$) en choisissant dans la nouvelle politique π' pour un état s l'action maximisant $q_\pi(s,a)$:

$$\pi'(s) = \underset{a}{\operatorname{argmax}} q_\pi(s,a)$$

Ce résultat nous donne un algorithme pour trouver la politique optimale, il suffit de commencer par une politique quelconque π_0 , estimer $q_{\pi_0}(s,a)$ comme décrit dans la section précédente, créer une politique améliorée π_1 , estimer $q_{\pi_1}(s,a)$, améliorer π_1 et ainsi de suite. À la limite, on convergera vers la politique optimale π^* .

$$\pi_0 \rightarrow q_{\pi_0} \rightarrow \pi_1 \rightarrow q_{\pi_1} \rightarrow \pi_2 \rightarrow q_{\pi_2} \rightarrow \dots \rightarrow \pi_* \rightarrow q_* \rightarrow \pi_*$$

Algorithme d'itération de politiques (estimation de q^*)

- Entrées : (S, A, P)
- Sortie : Un tableau $Q(s, a)$
 - Créer aléatoirement une politique π déterministe ;
 - Répéter :
 - $\text{stable} \leftarrow \text{Vrai}$;
 - $Q(s, a) \leftarrow$ Algorithme d'estimation de la fonction $q_\pi(S, A, P(s',r | s, a), \pi)$
 - Pour chaque $s \in S$, faire :
 - $b \leftarrow \pi(s)$;
 - Amélioration de la politique :
$$\pi(s) \leftarrow \underset{a}{\operatorname{argmax}} Q(s,a)$$
 - en cas d'égalité (deux ou plusieurs actions de valeur maximale), on choisit une des actions toujours de la même façon)
 - Si $b \neq \pi(s)$ Alors $\text{stable} \leftarrow \text{Faux}$; Fin Si ;
 - Fin Pour.
 - Jusqu'à ($\text{stable} = \text{Vrai}$).
 - Retourner le tableau $Q(s,a) \approx q_*(s,a)$.

Itération de politiques généralisée

L'algorithme présenté ci-dessus est inefficace. Il répète les deux phases (estimation et amélioration) jusqu'à la convergence, alors que l'estimation en elle-même ne converge qu'à l'infini. Dans la pratique, on remarque qu'il suffit de faire quelques itérations d'estimation

seulement pour que notre $Q(s, a)$ estimé aie suffisamment d'informations pour améliorer la politique en cours.

L'idée de **l'algorithme d'itération de politiques généralisée (GPI)** est d'entrelacer les processus d'estimation et d'amélioration de façon quelconque. Un théorème nous dit que ce nouvel algorithme converge lui aussi vers la fonction valeur d'état-action optimale $q_*(s, a)$. Les algorithmes qu'on verra dans les sections suivantes sont des variations de l'itération de politiques généralisée.

5. Apprentissage par renforcement

On passe maintenant à un cas plus général de l'apprentissage par renforcement. Dans cette partie, on suppose que le modèle du MDP n'est pas connu : On ne connaît pas les probabilités $P(s', r | s, a)$. Le but est que l'agent apprenne le comportement optimal tout en interagissant avec son environnement. On veut que la performance de l'agent s'améliore au fil du temps.

On décrit ici l'algorithme SARSA qui fait partie des méthodes d'itération de politiques généralisée (GPI) qui entrelacent deux processus : un processus d'évaluation et un processus d'amélioration de la politique en cours.

Dans l'algorithme SARSA, l'agent apprend à faire les bonnes actions tout en interagissant avec son environnement. Il maintient un tableau $Q(s, a)$: une estimation de la fonction $q_*(s, a)$, et il suit une politique gloutonne (**ϵ -greedy**) qui choisit la meilleure action selon $Q(s, a)$ avec probabilité $(1 - \epsilon)$ (en vue de maximiser les gains : **Exploiter** la politique apprise), ou bien une autre action aléatoire avec probabilité ϵ (pour **explorer** les autres actions).

L'algorithme SARSA se base sur le principe de **Bootstrapping** : Mettre à jour un estimateur à partir d'un autre estimateur. À chaque interaction avec l'environnement, l'agent améliore son estimation de $q_\pi(s_t, a_t)$ en utilisant $q_\pi(s_{t+1}, a_{t+1})$ et le gain observé R_{t+1} , grâce à l'équation d'expectation de Bellman :

$$q_\pi(s, a) = E[R_{t+1} + \gamma q_\pi(S_{t+1}, A_{t+1}) | S_t = s, A_t = a, A_{t+1} \sim \pi]$$

Le nouvel estimateur de $q_\pi(s_t, a_t)$ est donné par :

$$r + \gamma q_\pi(s_{t+1}, a_{t+1})$$

L'algorithme SARSA

- Entrées : (S, A)
- But : Trouver une politique quasi-optimale ($Q(s, a) \approx q_*(s, a)$) .
 - Initialiser un tableau $Q(s, a)$ aléatoirement ;
 - $\pi \leftarrow$ Une politique qui choisit pour chaque état s , l'action $\underset{a}{\operatorname{argmax}} Q(s, a)$ avec probabilité $(1 - \epsilon)$ ou bien une action aléatoire avec probabilité ϵ .
 - $s \leftarrow$ l'état initial ;
 - $a \leftarrow$ une action choisie de s par la politique π ;
 - Répéter :
 - Effectuer l'action a et observer le gain r et l'état s' ;
 - $a' \leftarrow$ une action choisie de s' par la politique π ;

- Calculer l'erreur entre la valeur prévue et le nouvel estimateur :
 $\text{nouvel estimateur} \leftarrow r + \gamma Q(s', a')$
 $\text{erreur} \leftarrow \text{nouvel estimateur} - Q(s, a)$
- Mettre à jour l'estimation de sorte à réduire l'erreur :
 $Q(s, a) \leftarrow Q(s, a) + \alpha \cdot \text{erreur}$
- Faire décroître la valeur de α ;
- $s \leftarrow s'$; $a \leftarrow a'$;

Quand on met à jour une case du tableau $Q(s, a)$, on ne remplace pas l'ancienne estimation par la nouvelle. Mais on la reproche de la nouvelle estimation avec un pas $\alpha \in [0, 1]$.

Si $\sum_t \alpha_t = \infty$ et $\sum_t \alpha_t^2 < \infty$, l'algorithme SARSA est garanti de ne pas diverger de la politique optimale (C'est-à-dire que l'erreur entre la fonction $Q(s, a)$ estimée et $q^*(s, a)$ est bornée).

6. Apprentissage par renforcement et approximation de fonctions

Dans les problèmes pratiques, on se trouve souvent avec un nombre gigantesque d'états ce qui rend impossible d'utiliser les méthodes tabulaires (manipulant le tableau $Q(s, a)$) par manque d'espace de stockage ou à cause de la lenteur d'accès aux données. Heureusement, l'apprentissage par renforcement peut être généralisé par le biais des fonctions d'approximation comme les réseaux de neurones et les arbres de décisions. En s'intéresse ici à l'approximation par les fonctions dérivables.

On utilise au lieu de la fonction de valeur d'état-action $q(s, a)$, sa fonction approximée $\hat{q}(s, a, \theta) \approx q(s, a)$ où θ est le vecteur des paramètres de la fonction d'approximation (Les paramètres d'un réseau de neurones par exemple). Donc, au lieu de stocker le tableau $Q(s, a)$, on stocke uniquement le vecteur θ .

A tout état s , on capture quelques propriétés de l'environnement pour créer un **feature vector** $X(s)$. La fonction \hat{q} utilise ce vecteur pour calculer la valeur du couple état-action : $\hat{q}(s, a, \theta) = f(X(s), a, \theta)$.

Le but de l'apprentissage devient de trouver le vecteur de paramètres θ qui minimise l'erreur :

$$l(\theta) = E[(q_*(s, a) - \hat{q}(s, a, \theta))^2]$$

Comme θ est de taille très petite par rapport à $Q(s, a)$, il est généralement impossible de trouver un θ tel que $l(\theta) = 0$. De plus, si la fonction \hat{q} n'est pas linéaire, il devient difficile de trouver θ^* : l'optimum global de la fonction $l(\theta)$.

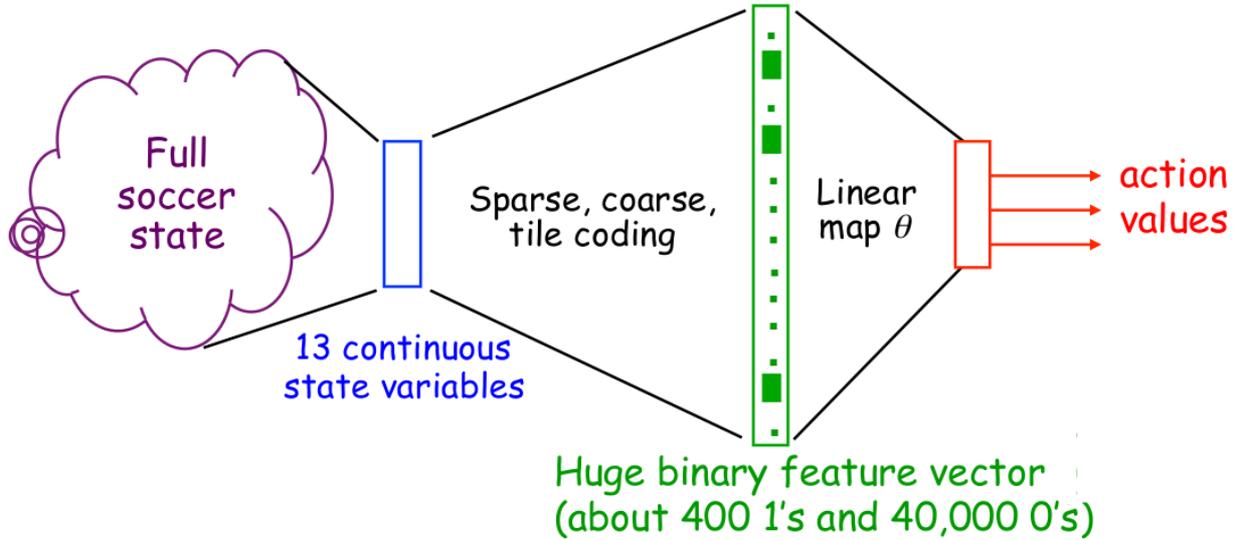


Illustration 3: Exemple d'un programme qui joue au jeu de soccer. Seulement 13 variables continues sont capturées de l'environnement. Ces variables sont transformées en un vecteur de valeurs booléennes (feature-vector). Des combinaisons linéaires sont effectuées entre le feature vector et les composantes de θ pour estimer la valeur des actions.

(Copiée sans autorisation de [3])

L'algorithme SARSA avec fonction d'approximation dérivable

Le principe de l'algorithme reste le même sauf pour le tableau $Q(s, a)$ qui n'existe plus. Au lieu de lire la valeur d'une case du tableau $Q(s, a)$, on invoque la fonction $\hat{q}(s, a, \theta)$, et au lieu de mettre à jour une case de $Q(s, a)$ à la fois, on met à jour tout le vecteur θ , le but étant de généraliser ce qu'on apprend à plusieurs couples état-action. Tous les composantes du vecteur θ ne sont pas mise à jours de la même façon, mais en fonction de leur contribution à l'erreur $l(\theta)$, c'est-à-dire que chaque composante θ_i est modifiée proportionnellement à $\partial l(\theta) / \partial \theta_i$.

Par application du principe de bootstrapping, et suite à l'observation $(S_t, A_t, R_{t+1}, S_{t+1}, A_{t+1}) = (s, a, r, s', a')$, $r + \gamma \hat{q}(s_{t+1}, a_{t+1}, \theta_t)$ devient notre nouvel estimateur de $q_*(s_t, a_t)$. On met à jour le vecteur θ comme suit :

$$\theta_{t+1} \leftarrow \theta_t + \frac{1}{2} \alpha \nabla l(\theta_t)$$

$$\theta_{t+1} = \theta_t + \frac{1}{2} \alpha \nabla (r + \gamma \hat{q}(s_{t+1}, a_{t+1}, \theta_t) - \hat{q}(s_t, a_t, \theta_t))^2$$

$$\theta_{t+1} = \theta_t + \alpha (r + \gamma \hat{q}(s_{t+1}, a_{t+1}, \theta_t) - \hat{q}(s_t, a_t, \theta_t)) \nabla (r + \gamma \hat{q}(s_{t+1}, a_{t+1}, \theta_t) - \hat{q}(s_t, a_t, \theta_t))$$

On suppose que notre nouvel estimateur $r + \gamma \hat{q}(s_{t+1}, a_{t+1}, \theta_t)$ est indépendant de θ , et on l'annule par la dérivée partielle pour obtenir :

$$\theta_{t+1} = \theta_t + \alpha(r + \gamma \hat{q}(s_{t+1}, a_{t+1}, \theta_t) - \hat{q}(s_t, a_t, \theta_t)) \nabla \hat{q}(s_t, a_t, \theta_t)$$

Voici ci-dessous l'algorithme SARSA avec fonction approximée. On note que même si on écrit s , l'algorithme manipule en fait le vecteur des attributs observés $X(s)$:

- But : Trouver une politique quasi-optimale $\hat{q}(s, a, \theta) \approx q_*(s, a)$.
 - Initialiser un vecteur θ aléatoirement ;
 - $\pi \leftarrow$ Une politique qui Choisit pour chaque état s , l'action $\underset{a}{\operatorname{argmax}} \hat{q}(s, a, \theta)$ avec probabilité $(1-\varepsilon)$ ou bien une action aléatoire avec probabilité ε .
 - $s \leftarrow$ l'état initial ;
 - $a \leftarrow$ une action choisie de s par la politique π ;
 - Répéter :
 - Effectuer l'action a et observer le gain r et l'état s' ;
 - $a' \leftarrow$ une action choisie de s' par la politique π ;
 - Calculer l'erreur entre la valeur prévue et le nouvel estimateur :

$$\begin{aligned} \text{nouvel estimateur} &\leftarrow r + \gamma \hat{q}(s', a', \theta) \\ \text{erreur} &\leftarrow \text{nouvel estimateur} - \hat{q}(s, a, \theta) \end{aligned}$$
 - Mettre à jour les composantes θ_i de sorte à réduire l'erreur :

$$\theta_i \leftarrow \theta_i + \alpha \cdot \text{erreur} \cdot \frac{\partial \hat{q}(s, a, \theta)}{\partial \theta_i}$$
 - Faire décroître la valeur de α ;
 - $s \leftarrow s'$; $a \leftarrow a'$;

Si la fonction $\hat{q}(s, a, \theta)$ est linéaire, les résultats de convergence (pour le SARSA tabulaire) restent valides.

7. SATSA(λ) avec traces d'éligibilité

L'algorithme SARSA (ou SARSA(0)), améliore son estimation de la valeur d'état-action $q(S_t, A_t)$ à partir d'une observation R_{t+1} et de son estimation du couple état-action suivant :

$$q_{\text{nouvelleestimation}}(S_t, A_t) = R_{t+1} + \gamma q(S_{t+1}, A_{t+1})$$

Cette estimation peut être améliorée en voyant quelques étapes de plus vers le futur :

$$q_{\text{nouvelleestimation}}(S_t, A_t) = R_{t+1} + \gamma R_{t+2} + \gamma^2 R_{t+2} + \dots + \gamma^n q(S_{t+n}, A_{t+n})$$

Cette extension de SARSA (qu'on appelle n-step-SARSA) peut être implémentée en stockant à tout instant t , les n derniers couples état-action et les n derniers gains obtenus, et en misant à jour (à l'instant t) l'estimation de $q(S_{t-n}, A_{t-n})$. Cet algorithme génère de meilleures estimations, mais il est moins réactif vu que la valeur du couple état-action n'est mise à jour que n étapes après sa visite.

La technique de la **trace d'éligibilité** permet de générer de bonnes estimations comme l'algorithme n-step-SARSA tout en gardant la réactivité de SARSA. L'idée est de maintenir un vecteur d'éligibilité e de même taille que θ . Le vecteur e est une mémoire à court terme qui représente la contribution de chaque composante θ_i au dernier gain généré et donc à l'erreur entre la nouvelle et l'ancienne estimation. Le vecteur e est initialisé à 0, et est mis à jour par la formule $e_i \leftarrow \lambda \cdot \gamma \cdot e_i + \frac{\partial \hat{q}(s, a, \theta)}{\partial \theta_i}$ (λ est un paramètre réel entre 0 et 1). La mise à jour des composantes θ_i de l'algorithme SARSA est remplacée par $\theta_i \leftarrow \theta_i + \alpha \cdot \text{erreur} \cdot e_i$. On appelle ce nouvel algorithme SARSA(λ). Clairement, si $\lambda = 0$, on obtient l'algorithme SARSA.

8. Application sur R

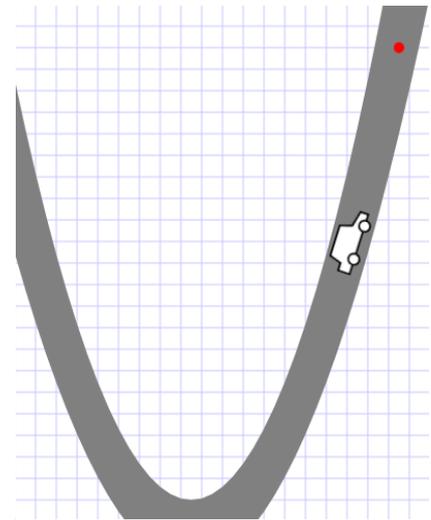
Le package MDPtoolbox du langage R propose des fonctions liées à la résolution des processus de décision Markoviens (MDP) à temps discrets: horizon fini, itération de la valeur, itération de la politique, algorithmes de programmation linéaire avec quelques variantes et propose également certaines fonctions liées à l'apprentissage par renforcement.

Cependant je n'ai pas trouvé sur Internet des exemples d'apprentissage par renforcement sous R. Pour valider ce que j'ai appris, j'ai créé une petite application avec le langage Javascript que je connais mieux que R.

9. Application Javascript

J'ai implémenté une simulation du problème « Mountain-Car Task » comme expliqué dans [1] :

« Considérez la tâche de conduire une voiture sur une route de montagne abrupte, [comme le suggère la figure à droite]. La difficulté est que la gravité est plus forte que le moteur de la voiture, et même à pleine accélération, la voiture ne peut pas atteindre le but [qui est au sommet de la montagne droite]. La seule solution consiste à s'éloigner du but et à monter la pente opposée à gauche. Ensuite, en appliquant plein gaz la voiture peut accumuler assez d'inertie pour atteindre le but. Il s'agit d'un exemple simple d'une tâche où les choses doivent s'aggraver dans un sens (loin du but) avant qu'elles ne puissent s'améliorer. »



9.1. Modélisation

Note : l'indexation commence de 0. C'est-à-dire que θ_0 est la première composante du vecteur θ .

- **L'agent** est la voiture ;
- **Les actions** possibles sont :
 - Accélérer vers la gauche ($A = 0$) ;
 - Accélérer vers la droite ($A = 1$) et
 - Ne rien faire ($A = 2$).
- **L'environnement** :
 - La voiture est sous l'influence des forces suivantes :
 - Son accélération ;

- La gravité ;
- La réaction de la route et
- Le frottement.
- À l'arrivé au but, la voiture est instantanément téléportée vers sa position initiale avec accélération et vitesse nulles.
- **Le feature vector :**
 - On suppose que l'agent ne peut sentir que sa vitesse et sa position horizontales. Les valeurs réelles possibles pour la position sont partitionnées en 20 classes. Les valeurs réelles possibles pour la vitesse sont eux-aussi partitionnées en 20 classes.
 - Tout état S est résumé par un couple (position, vitesse) qui est transformé à un feature vector $X(S)$ de 400 booléens contenant des zéros partout et un 1 à la composante (*classe de position* × 20 + *classe de vitesse*) .
- **La fonction approximée :**
 - On défini un vecteur θ de 400×3 composantes et la fonction approximée

$$\hat{q}(S, A, \theta) \text{ comme suit :}$$

$$\hat{q}(S, A, \theta) = \sum_{i \in [0, 400[} \theta_{i+A \times 400} \times X(S)_i$$

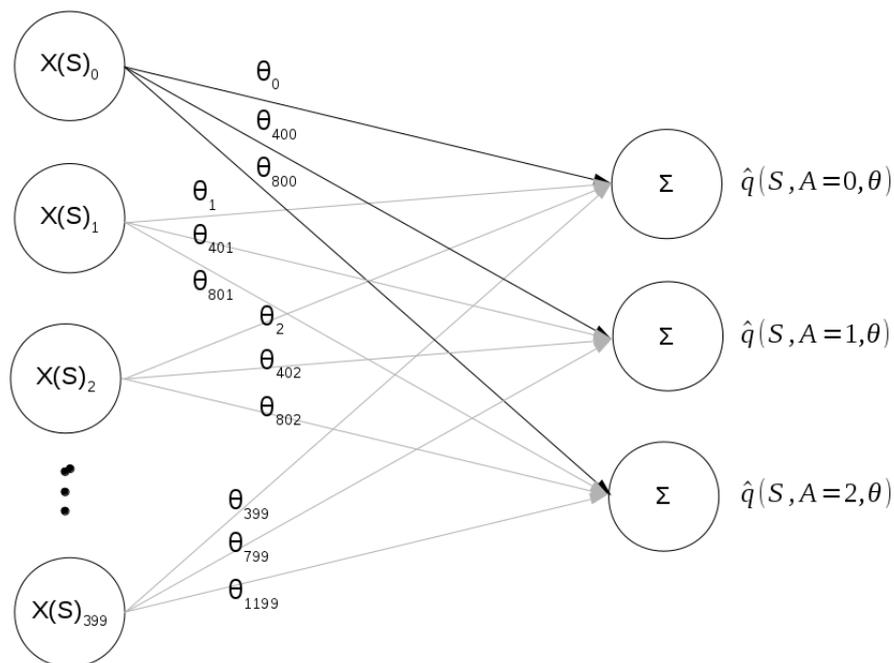


Illustration 4: Visualisation de la fonction d'approximation $\hat{q}(S, A, \theta)$

- **La granularité temporelle :**
 - L'agent choisit une action à chaque changement du feature-vector $X(S_t)$ ou bien s'il n'y as pas de changement pendant 250ms.
- **La distribution des gains :**

- Avant que l'agent exécute sa nouvelle décision, il reçoit un gain = -1 sauf s'il arrive au but au quel cas il obtient un gain = +1.

9.2. Résultat

On remarque qu'avec l'algorithme SARSA(λ) avec comme paramètres ($\alpha=0.1$, $\gamma=0.9$, $\varepsilon=0.05$, $\lambda=0.95$) et après plusieurs essais, la voiture trouve une politique lui permettant d'arriver au but dans un temps compétitif à celui d'un joueur humain :

- Le fichier **jeu.html** contient une version de la simulation jouable par l'être humain.
- Le fichier **selfplay.html** contient la simulation avec apprentissage automatique.

10. Logiciels d'apprentissage par renforcement

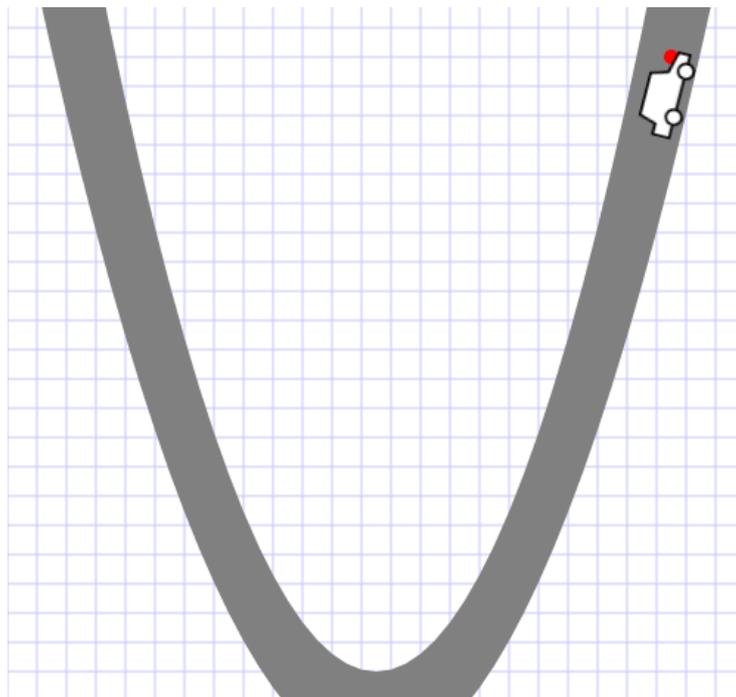
Tous les logiciels que j'ai trouvés sont single-purpose et ne sont pas généraux.

11. Conclusion

L'apprentissage par renforcement est un sous domaine de l'apprentissage machine où un agent interagit avec son environnement et apprend à choisir les actions qui maximisent ses gains.

Quand l'environnement est très complexe, l'apprentissage par renforcement utilise les méthodes d'apprentissage supervisé (en particulier les méthodes de régression) pour estimer la valeur des actions.

Nous avons présenté ici uniquement l'algorithme SARSA(λ) qui est une méthode de différences temporelles de type « on-policy ». Le domaine d'apprentissage par renforcement est bien plus vaste.



12. Références

- [1] Sutton, Richard S., and Andrew G. Barto. Reinforcement learning: An introduction. Vol. 1. No. 1. Cambridge: MIT press, 1998.
- [2] SYS, T., and É. ATOIR. "APPRENTISSAGE PAR RENFORCEMENT: UN TUTORIEL."
- [3] Sutton, Richard S., Tutorial: Introduction to Reinforcement Learning with Function Approximation, Microsoft research, <https://www.youtube.com/watch?v=ggqnxyjaKe4>
- [4] David Silver RL Course - Lectures 1 to 10: Introduction to Reinforcement Learning, <https://www.youtube.com/watch?v=2pWv7GOvuf0>